**椭圆及其标准方程(第1课时)**

铜鼓中学 帅军

**一、内容和内容解析**

内容：椭圆的定义及其标准方程的推导．

内容解析：本节是高中数学北师大版选修2－1第三章第1节《椭圆》第1课时内容．在此之前学习了曲线与方程以及圆的方程，初步具备了解析几何的思想和用坐标法研究曲线问题的经验．并利用好圆的推导方法，类比推导椭圆方程。另外，椭圆的学习为后面研究双曲线、抛物线提供了基本模式，是本节和本章的重点内容．故本节课的学习有着示范性的作用．教学中应当引起充分重视．

椭圆的定义，较为抽象，通过对圆的定义类比与变形和利用自制教具画椭圆的方法将椭圆定义具体化．这对学生提出了较高的思维能力要求，这也是新课程标准中的数学核心素养要求之一．椭圆标准方程的推导也对学生的运算有着较高挑战，在运算过程中对比，整体把握有着较好的启发和训练作用.

**二、目标和目标解析**

目标：

（1）用自制教具画椭圆的方法将椭圆的定义具体化，加强对椭圆定义与图形的理解，在这过程中培养学生的思维能力．

（2）利用圆画法和推导过程类比椭圆的画法和推导过程，引导学生对所学内容进行知识迁移，培养学生大胆猜测，小心求证的科学探索方法.

（3）在椭圆方程的推导过程中，会根据椭圆的图形特征，选择合理建系方法，理解椭圆标准方程之“标准”所在；会根据式子的结构特征，选择合适的化简方法，提高运算能力．

（4）理解椭圆标准方程的特征及参数，，的几何意义，能根据条件利用椭圆定义法或方程的待定系数法，求出椭圆的标准方程．

目标解析：

（1）对椭圆的认识，先从直观感受再到理性认识，这与历史上对椭圆的研究历程是一致的．但椭圆的定义是发生式定义，较为抽象，故借助圆的画法类比细绳画椭圆的方法可以较好的进行知识迁移,将定义具体化，所画图像确实与印象中的椭圆是一致的．细绳画椭圆的方法既有利于对椭圆定义的理解，还有助于对椭圆对称性的理解与分析，在这过程中培养学生的思维能力．

（2）通过对圆的方程和直线的截距式方程,大胆猜测椭圆方程,可以使学生对所学知识进行合情推理,也是对所学知识的一个综合运用.对后继使用椭圆类比学习双曲线和抛物线打下一个基础.

（3）通过类比圆方程最简洁形式时，圆与坐标系的对称关系，可以找到怎样根据椭圆的图形特征建立坐标系，使得椭圆方程更简洁，并能找到各参数对应的几何意义，从而也就能更好地说明椭圆标准方程之“标准”所在．另外，在化简过程中，到底是直接两边平方还是移项后再平方，可以通过分析得到初步判断，移项后两边平方只剩下一个根号和一次式，形式更简单．但直接两边平方，利用式子对称的结构特征进行运算的话，其实也不难．所以可以借此机会与学生强调，化简方程时利用式子的结构特征可以简化运算，提高运算能力．提升方程化简能力是提高数学运算能力的落脚点，这也是数学核心素养要求之一．

（4）椭圆标准方程时建立在特定坐标系下的对应方程，此时参数，，都有对应的几何意义．那么反过来，利用参数的几何意义及椭圆的定义，就可以快速地求出椭圆的标准方程．也可以利用方程的思想，采用待定系数法求出椭圆的标准方程．

**三、教学问题诊断分析**

1．教学问题一：怎样将生活中对椭圆的认识与椭圆的定义联系起来，这是本节课的第一个教学问题．这不仅是本节课的重点，也是教学难点．解决方案：从历史角度看，对椭圆的认识，先是借圆柱圆锥的斜截面边缘来定义，再上升到从点运动的轨迹来重新定义．但椭圆的定义是发生式定义，较为抽象，借助圆的画法，想象圆被压扁过程，圆心分裂，借助细绳画椭圆的方法可以将定义具体化，所画图像确实与印象中的椭圆是一致的，从而将生活中对椭圆的认识与椭圆定义联系起来．

2．教学问题二：如何建立坐标系并理解椭圆标准方程之“标准”的意义，是第二个教学问题．其实任何一种建系方法都是可以求出对应的椭圆方程，但不同建系方法求得的方程复杂程度不同．怎么建立坐标系才能使得方程更简洁？解决方案：可以类比圆方程最简洁的形式所对应的坐标系——圆心在原点，圆关于轴、轴、原点对称．根据圆压扁过程，使椭圆也关于原点，关于x轴,y轴对称，并结合截距式直线方程和圆的方程，大胆猜测椭圆方程．且经过换元，方程形式最简洁，还能找到参数，，的几何意义，这就是标准之所在．

3．教学问题三：如何化简方程，是第三个教学问题．学生目前化简方程能力是比较弱的，对于含根号的式子进行化简，常用两边平方法．到底是直接两边平方还是移项后两边平方更简便？解决方案：师生共同分析式子的结构特征，先选用移项后两边平方法进行化简，学生尝试化简，教师板书化简过程；然后教师再利用式子的结构特征进行直接两边平方进行化简，让学生感悟到利用好式子对称的结构特征，其实直接两边平方也可以快速化简的，还能提高学生的化简方程的能力．更为重要的是对整体结构的把握，象下棋一样，学会走一步看三步，避免无意义，重复性的运算和抄写。

**四、教学策略分析**

本节课的教学目标与教学问题为我们选择教学策略提供了启示．

在教学设计中，采取问题引导方式来组织课堂教学．问题的设置给学生留有充分的思考空间，让学生围绕问题主线，通过自主探究达到突出教学重点，突破教学难点．

在教学过程中，重视椭圆定义的理解，让学生体会到对椭圆的直观认识上升到理性认识，从直观几何到解析几何的变化．经历从形到数，再从数到形的过程，理解数形结合是解析几何的重要思想．同时，方程化简是提高数学运算能力的落脚点．因此，本节课的教学是实施数学具体内容的教学与核心素养教学有机结合的尝试．

基于上述分析，本节课的**教学重点**定为：理解椭圆的定义，推导椭圆的标准方程．

**教学难点**：理解椭圆的定义及如何化简椭圆方程．

**教学准备**：教师为每个小组准备三张白色卡纸，一条细绳，两颗工字钉，并配一瓶圆柱形的矿泉水；学生自备铅笔．

**教学流程**：

创设情境，深入思考

定义椭圆，实验探究

建系化简，推导方程

类比推理，分类讨论

归纳总结，明晰重点

例题研讨，学以致用

**五、教学过程与设计**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **教学环节** | **问题或任务** | **师生活动** | **设计意图** |
| **情境引入**  **认识椭圆** | 【问题1】运动场跑道是不是椭圆形？鸡蛋是不是椭圆形？  【问题2】椭圆的定义是什么？ | 教师1：上至天文，地球的运行轨道是椭圆，探月卫星在飞向月球之前经历了多次椭圆轨道的飞行．下至百姓家庭，茶几的桌面可能是椭圆形的，菜碟也可能是椭圆形的．提出问题1．  学生1：思考问题1．  教师2：提出问题2．  学生2：思考问题2．  教师3：历史上，人们最初对椭圆的认识，是从圆柱和圆锥开始的．用一个平面斜截一个圆柱或圆锥，所得平面的边缘称为椭圆．从这个认识来看，跑道是椭圆吗？鸡蛋是椭圆吗？  学生3：都不是．  教师4：一个茶杯装了一定体积的水，稍微倾斜所得水平面的边缘是椭圆吗？为什么？  学生4：是椭圆，可以把水平面看成是平面斜截圆柱所得的截面，则水平面边缘是椭圆．  教师5：根据椭圆的这个认识，能判断地球运行的轨道是椭圆吗？  学生5：学生思考，无法判断．  教师6：人们发现，椭圆不仅存在于圆柱、圆锥面上，更是自然界物体运动的普遍形式，所以可以从运动的角度重新定义椭圆． | 创设情境将对椭圆的感性认识上升为理性认识，从直观几何转化为解析几何． |
| **定义椭圆**  **实验探究** | 【实验探究】取一条定长的细绳，若把细绳两端拉开一段距离，分别固定在图板的两点处，套上铅笔，拉紧绳子，移动笔尖，画出的轨迹是什么曲线？  【问题3】结合所画图像，观察椭圆两定点的距离与椭圆的圆扁程度有什么关系？并思考，若把绳子的两端拉直，则所画图像会是什么？  【问题4】应该如何完善刚才对椭圆的定义？ | 教师7：给出椭圆定义：平面内与两定点、的距离的和等于常数的点的轨迹叫做椭圆．下面，我们利用实验将椭圆定义具体化．提出实验探究活动．  学生6：完成实验探究并展示成果——所画图像为椭圆．  教师8：成果分析，提出问题3．  学生7：学生思考问题3并回答，两定点的距离越大，椭圆越扁；把绳子两端拉直，则所画图像是线段．  教师9：多媒体动画展示．并分析线段上每一点到两端点的距离之和也是定值，则提出问题4．  学生8：思考问题4并完善定义，常数应大于．  教师10：强调椭圆定义的关键要素（两定点、距离和、常数大于）及介绍椭圆的焦点、焦距． | 让学生通过探究活动，更好地理解椭圆的定义，体会画椭圆的方法及定义中的关键要素． |
| **合理建系**  **推导方程** | 【问题5】如何建立坐标系更好？使得方程更简洁．  【问题6】圆方程最简洁形式是什么？此时圆与坐标系的关系是什么？  【问题7】从椭圆的画法中，你能发现椭圆有哪些对称性？  【问题8】如何化简以下式子？方法一：移项两边平方法  方法二：直接两边平方法  【问题9】观察下图，你能找到表示，的线段吗？ | 教师11：上一节课，我们学习了求曲线方程的步骤，有哪些呢？  学生9：建系、设点、列式、化简、证明，五个步骤．  教师12：提出问题5．  学生10：思考问题5．  教师13：我们可以类比一下圆方程与坐标系的关系．提出问题6．  学生11：思考并回答问题6，圆心在原点时，圆方程最简洁，此时圆关于轴、轴、原点对称．  教师14：提出问题7．  学生12：思考问题7，师生共同进行图像分析并得出结论：椭圆关于两定点所在直线对称，关于线段的中垂线对称，且两对称轴交点是椭圆对称中心．  教师15：以两对称轴为坐标轴建立坐标系，设点，列式，并提出问题8．  学生13：尝试化简．  教师16：师生共同利用两种方法化简至：．  教师17：提出问题9．  学生14：学生思考．  教师18：令，则（1）式可化为：（）（2）．  教师19：从上述过程可以看到，椭圆上任一点的坐标都满足方程（2）；以方程（2）的解为坐标的点到椭圆的两个焦点的距离之和为，即以方程（2）的解为坐标的点都在椭圆上．则（2）为椭圆的方程．  教师20：谈对“标准”的理解：方程（）形式最简洁，字母，都有几何意义．  教师21：（）的特征有哪些？  学生15：思考并回答上述问题． | 类比圆方程最简形式与坐标系的关系，根据椭圆的对称性选择最佳建系方法推导椭圆的方程，进而更好地理解标准方程之 “标准”所在．在推导方程过程中，利用两种常用的平方法，引导学生在化简时要注意分析式子的结构特征，选择对应的化简方法，提高运算能力． |
| **类比推理**  **分类讨论** | 【问题10】如果焦点在轴上，原点为两焦点的中点，则椭圆方程是什么？  【问题11】观察两种标准方程的式子，如何判断焦点所在轴？ | 教师21：提出问题10．  学生16：利用类比的方法，  得到方程：  （）．  教师22：提出问题11．  学生17：哪个分母大，焦点就在哪个坐标轴上． | 总结方程特征，明确方程与焦点的对应关系． |
| **例题研讨**  **学以致用** | 例1：已知椭圆的两个焦点坐标分别是，，并且经过点，求它的标准方程． | 教师23：布置课堂例题1．  学生18：完成课堂例题1．  方法一：定义法  方法二：方程组法  教师24：讲解例题1． | 检验学生对椭圆标准方程的理解与应用． |
| **归纳小结**  **明晰重点** | 1．椭圆的定义，焦点、焦距的概念；  2．椭圆的两种标准方程：（）  （）． | 师生共同完成． | 总结学习要点． |
| **课后练习**  **巩固提升** | 1．课本P49A组第1题，第2题．  2．课后思考题：对椭圆方程推导过程的式子进行适当变形后，所得式子商为定值或积为定值，你能说出所得式子的几何意义吗？对应的曲线又是什么呢？  （1）  ；  （2）由  得  ；  （3）由得  得  ． | 学生课后进行思考，并完成课后练习． | 检验是否掌握椭圆标准方程；作业2为了提升学生对解析几何的认识——借用坐标法，既可以利用几何特征将几何对象代数化，又可以利用方程式的几何意义将方程几何化，使形与数对应统一起来．同时也为下一节课的学习做好铺垫． |